

# **ANALYSE MULTICRITERE**

## **EXEMPLES**

(Support pratique au logiciel «LINAM»)

Prof. Dr Ph. WIESER, EPFL/CDM-LEM-IML  
2008

## 1. ELECTRE I (selon B.ROY)

ELECTRE = **E**limination Et Choix Traduisant la **R**ealité  
*ELECTRE I : méthode de partition*

Base théorique : **ANALYSE MULTICRITERE**  
**EXPOSE DE QUELQUES METHODES**  
(Support théorique au logiciel «LINAM»)  
Prof. Dr Ph. WIESER, EPFL/CDM-LEM-IML

### Exemple

#### Données

Soit un «système» de 6 variantes à comparer selon 5 critères

CRITERES				
K <sub>1</sub>	K <sub>2</sub>	K <sub>3</sub>	K <sub>4</sub>	K <sub>5</sub>
max	max	max	max	max

VARIANTES	MATRICE DES COEFFICIENTS (V <sub>i</sub> ,K <sub>j</sub> )				
V <sub>1</sub>	10	20	5	10	16
V <sub>2</sub>	0	5	5	16	10
V <sub>3</sub>	0	10	0	16	7
V <sub>4</sub>	20	5	10	10	10
V <sub>5</sub>	20	10	15	10	13
V <sub>6</sub>	20	10	20	13	13

Pondération	3	2	3	1	1
-------------	---	---	---	---	---

#### Matrice de CONCORDANCE

VARIANTES	V <sub>1</sub>	V <sub>2</sub>	V <sub>3</sub>	V <sub>4</sub>	V <sub>5</sub>	V <sub>6</sub>
V <sub>1</sub>	1.0	0.9	0.9	0.4	0.4	0.3
V <sub>2</sub>	0.4	1.0	0.8	0.4	0.1	0.1
V <sub>3</sub>	0.1	0.6	1.0	0.3	0.3	0.3
V <sub>4</sub>	0.7	0.9	<b>0.7</b>	1.0	0.4	0.3
V <sub>5</sub>	0.7	0.9	0.9	1.0	1.0	0.6
V <sub>6</sub>	0.7	0.9	0.9	1.0	1.0	1.0

**Exemple de concordance :  $V_4 \rightarrow V_3$**

CRITERES						
$K_1$	$K_2$	$K_3$	$K_4$	$K_5$		
max	max	max	max	max		
<b>VARIANTES</b>		<b>MATRICE DES COEFFICIENTS (<math>V_i, K_j</math>)</b>				
$V_3$	0	10	0	16	7	
$V_4$	20	5	10	10	10	
<b>Comp. binaire</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	
$V_4 \rightarrow V_3$	<i>oui</i>	<i>non</i>	<i>oui</i>	<i>non</i>	<i>oui</i>	
<b>Pondération</b>	3	2	3	1	1	
<b>Comp. x pond.</b>	3	0	3	0	1	
					<i>Total</i>	
					<b>10</b>	
					<b>7</b>	

Concordance  $V_4 \rightarrow V_3 : C_{(4,3)} = 7/10 = \mathbf{0.7}$

**Matrice de DISCORDANCE**

VARIANTES	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	$V_6$
$V_1$	0.00	0.30	0.30	0.50	0.50	0.75
$V_2$	0.75	0.00	0.25	1.00	1.00	1.00
$V_3$	0.50	0.25	0.00	1.00	1.00	1.00
$V_4$	0.75	0.30	<b>0.30</b>	0.00	0.25	0.50
$V_5$	0.50	0.30	0.30	0.00	0.00	0.25
$V_6$	0.50	0.15	0.15	0.00	0.00	0.00

**Exemple de disordance :  $V_4 \rightarrow V_3$**

CRITERES						
$K_1$	$K_2$	$K_3$	$K_4$	$K_5$		
max	max	max	max	max		
<b>VARIANTES</b>		<b>MATRICE DES COEFFICIENTS (<math>V_i, K_j</math>)</b>				
$V_3$	0	10	0	16	7	
$V_4$	20	5	10	10	10	
<b>Niveau discor.</b>	-	<b>5</b>	-	<b>6</b>	-	
$V_4 \rightarrow V_3$				<b>MAX</b>		

*Echelle maximum tous critère confondus : 20*

Discordance max  $V_4 \rightarrow V_3 : D_{(4,3)} = 6/20 = \mathbf{0.3}$

## COMPARAISON DE VARIANTES

Rappel : pour affirmer que:  $i \rightarrow j$ , il faut simultanément que:

$$C(i,j) \geq S_C \text{ ET } D(i,j) \leq S_D$$

avec  $S_C$  et  $S_D$  respectivement les seuils de concordance et de discordance.

Exemple a :  $S_C = 1.0$ ,  $S_D = 0.0$

### Matrice de CONCORDANCE

V <sub>1</sub>	V <sub>2</sub>	V <sub>3</sub>	V <sub>4</sub>	V <sub>5</sub>	V <sub>6</sub>
1.0	0.9	0.9	0.4	0.4	0.3
0.4	1.0	0.8	0.4	0.1	0.1
0.1	0.6	1.0	0.3	0.3	0.3
0.7	0.9	0.7	1.0	0.4	0.3
0.7	0.9	0.9	<b>1.0</b>	1.0	0.6
0.7	0.9	0.9	<b>1.0</b>	<b>1.0</b>	1.0

### Matrice de DISCORDANCE

V <sub>1</sub>	V <sub>2</sub>	V <sub>3</sub>	V <sub>4</sub>	V <sub>5</sub>	V <sub>6</sub>
0.00	0.30	0.30	0.50	0.50	0.75
0.75	0.00	0.25	1.00	1.00	1.00
0.50	0.25	0.00	1.00	1.00	1.00
0.75	0.30	0.30	0.00	0.25	0.50
0.50	0.30	0.30	<b>0.00</b>	0.00	0.25
0.50	0.15	0.15	<b>0.00</b>	<b>0.00</b>	0.00

$V_5 \rightarrow V_4$

$V_6 \rightarrow V_4$

$V_6 \rightarrow V_5$

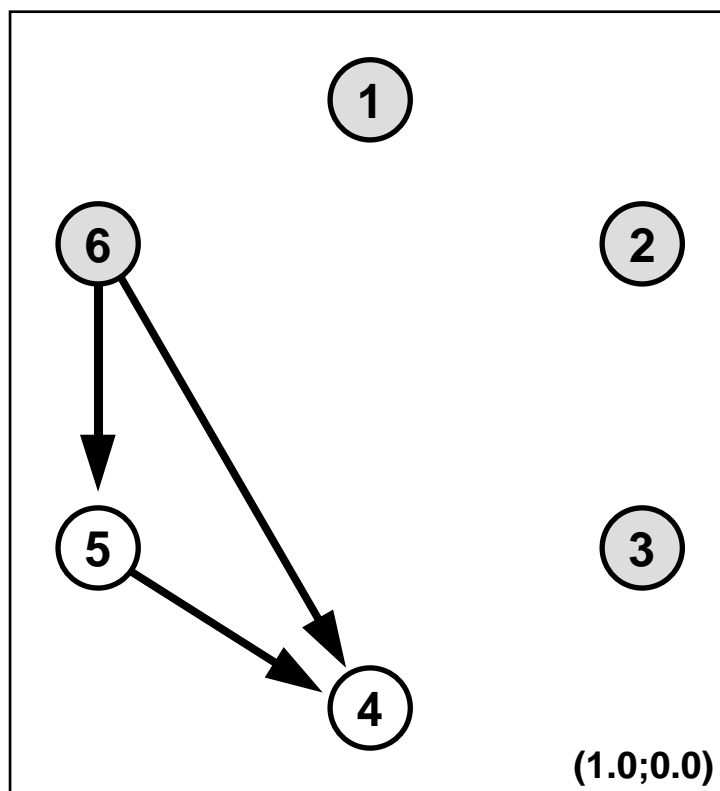
$V_5 \rightarrow V_4$

$V_6 \rightarrow V_4$

$V_6 \rightarrow V_5$

Par intersection des deux conditions, le graphe de surclassement se présente alors :

**Variantes du noyau N{1,2,3,6}**



Exemple b :  $S_C = 0.9$ ,  $S_D = 0.15$

**Matrice de CONCORDANCE**

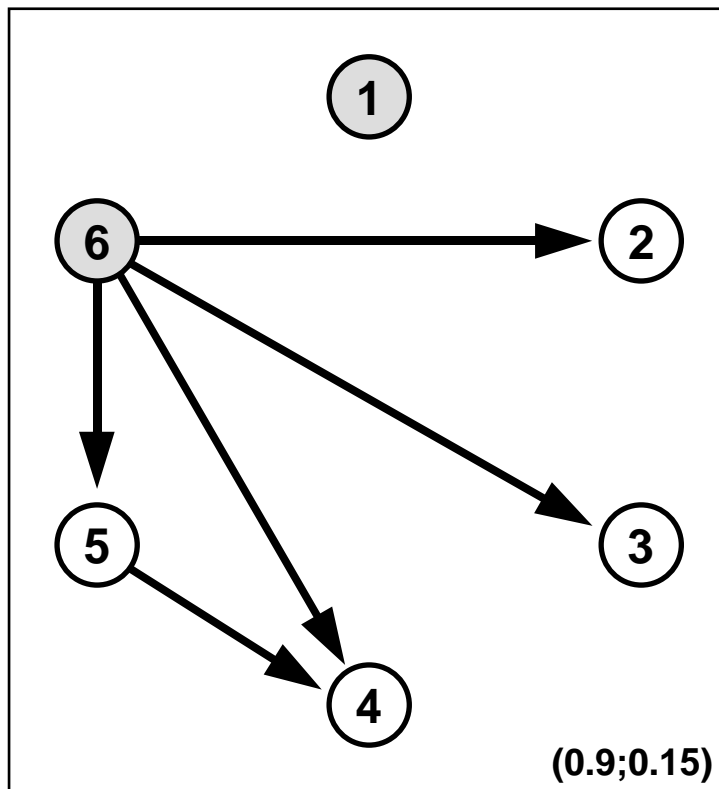
**Matrice de DISCORDANCE**

V <sub>1</sub>	V <sub>2</sub>	V <sub>3</sub>	V <sub>4</sub>	V <sub>5</sub>	V <sub>6</sub>		V <sub>1</sub>	V <sub>2</sub>	V <sub>3</sub>	V <sub>4</sub>	V <sub>5</sub>	V <sub>6</sub>
1.0	<b>0.9</b>	<b>0.9</b>	0.4	0.4	0.3	V <sub>1</sub>	0.00	0.30	0.30	0.50	0.50	0.75
0.4	1.0	0.8	0.4	0.1	0.1	V <sub>2</sub>	0.75	0.00	0.25	1.00	1.00	1.00
0.1	0.6	1.0	0.3	0.3	0.3	V <sub>3</sub>	0.50	0.25	0.00	1.00	1.00	1.00
0.7	<b>0.9</b>	0.7	1.0	0.4	0.3	V <sub>4</sub>	0.75	0.30	0.30	0.00	0.25	0.50
0.7	<b>0.9</b>	<b>0.9</b>	<b>1.0</b>	1.0	0.6	V <sub>5</sub>	0.50	0.30	0.30	<b>0.00</b>	0.00	0.25
0.7	<b>0.9</b>	<b>0.9</b>	<b>1.0</b>	<b>1.0</b>	1.0	V <sub>6</sub>	0.50	<b>0.15</b>	<b>0.15</b>	<b>0.00</b>	<b>0.00</b>	0.00

- V<sub>1</sub>→V<sub>2</sub>
- V<sub>1</sub>→V<sub>3</sub>
- V<sub>4</sub>→V<sub>2</sub>
- V<sub>5</sub>→V<sub>2</sub>
- V<sub>5</sub>→V<sub>3</sub>
- V<sub>5</sub>→V<sub>4</sub>
- V<sub>6</sub>→V<sub>2</sub>
- V<sub>6</sub>→V<sub>3</sub>
- V<sub>6</sub>→V<sub>4</sub>
- V<sub>6</sub>→V<sub>5</sub>

- V<sub>5</sub>→V<sub>4</sub>
- V<sub>6</sub>→V<sub>2</sub>
- V<sub>6</sub>→V<sub>3</sub>
- V<sub>6</sub>→V<sub>4</sub>
- V<sub>6</sub>→V<sub>5</sub>

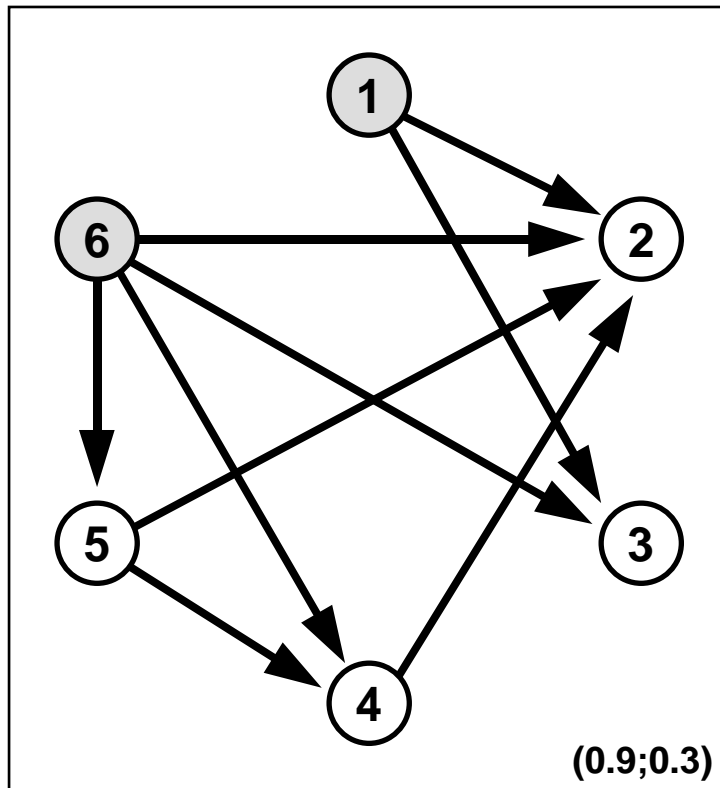
Par intersection des deux conditions, le graphe de surclassement se présente alors :  
**Variantes du noyau N{1,6}**



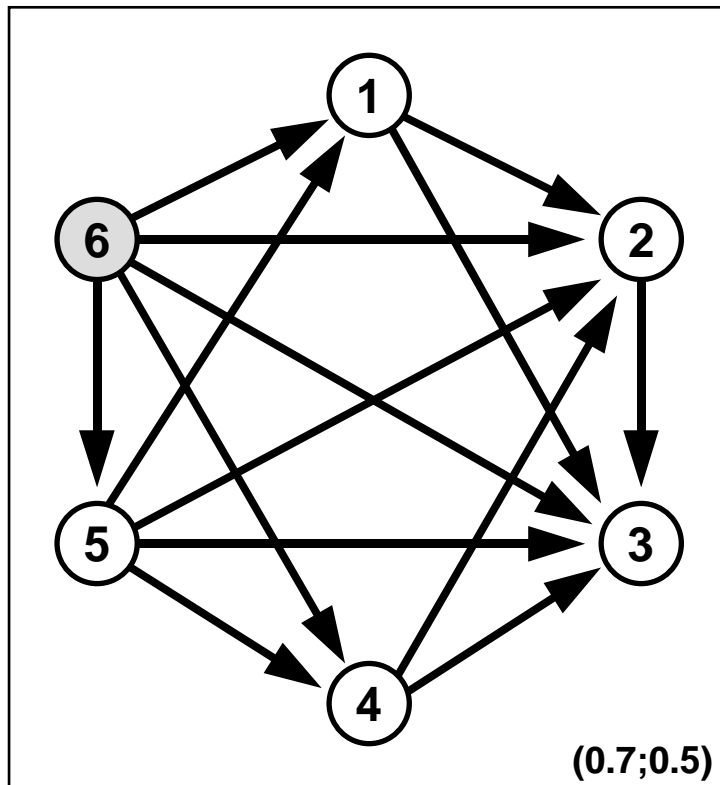
Autres exemples (graphes de surclassement)

Analyse de sensibilité sur les seuils de concordance et de discordance

Exemple c :  $S_C = 0.9, S_D = 0.3$   $N\{1,6\}$



Exemple d :  $S_C = 0.7, S_D = 0.5$   $N\{6\}$



## 2. ELECTRE II (selon B.ROY)

ELECTRE = **E**limination Et **C**hoix Traduisant la **R**ealité

*ELECTRE II : méthode de classement*

Base théorique : **ANALYSE MULTICRITERE**  
**EXPOSE DE QUELQUES METHODES**  
 (Support théorique au logiciel «LINAM»)  
 Dr Ph. WIESER, EPFL/ITEP-LEM

### Exemple

#### Données

Soit un «système» de 7 variantes à comparer selon 10 critères

		CRITERES									
		K <sub>1</sub>	K <sub>2</sub>	K <sub>3</sub>	K <sub>4</sub>	K <sub>5</sub>	K <sub>6</sub>	K <sub>7</sub>	K <sub>8</sub>	K <sub>9</sub>	K <sub>10</sub>
		max	max	max	max	max	max	max	max	max	max
VARIANTES		MATRICE DES COEFFICIENTS (V <sub>i</sub> ,K <sub>j</sub> )									
V <sub>1</sub>		20	9	6	8	4	8	2	6	6	2
V <sub>2</sub>		10	6	9	4	8	6	4	4	6	4
V <sub>3</sub>		5	3	3	2	2	0	4	2	2	1
V <sub>4</sub>		5	6	12	4	4	4	6	8	9	3
V <sub>5</sub>		15	12	6	6	6	4	8	4	4	3
V <sub>6</sub>		10	0	3	0	2	2	2	0	2	0
V <sub>7</sub>		0	3	0	2	0	2	0	2	0	1
Pondération		5	3	3	2	2	2	2	2	2	1
Concordance		$C_1 = 0.75 / C_2 = 0.67 / C_3 = 0.60$									
Discord. D <sub>1</sub>		4	4	4	3	3	3	3	3	3	2
D <sub>2</sub>		5	5	5	4	4	4	4	4	4	3

Traitement par le logiciel «LINAM»

## RESULTATS

### Classements des variantes (surclassements forts et faibles)

Rang	Classement DIRECT	Classement INVERSE	Classement MEDIAN
1	V <sub>1</sub> V <sub>5</sub>	V <sub>1</sub>	V <sub>1</sub>
2		V <sub>2</sub>	V <sub>5</sub>
3	V <sub>2</sub>	V <sub>4</sub> V <sub>5</sub>	V <sub>2</sub>
4	V <sub>4</sub>		V <sub>4</sub>
5	V <sub>3</sub>	V <sub>3</sub>	V <sub>3</sub>
6	V <sub>6</sub>	V <sub>6</sub>	V <sub>6</sub>
7	V <sub>7</sub>	V <sub>7</sub>	V <sub>7</sub>

### Graphe de surclassement

